The Isolator

By HUGO GERNSBACK

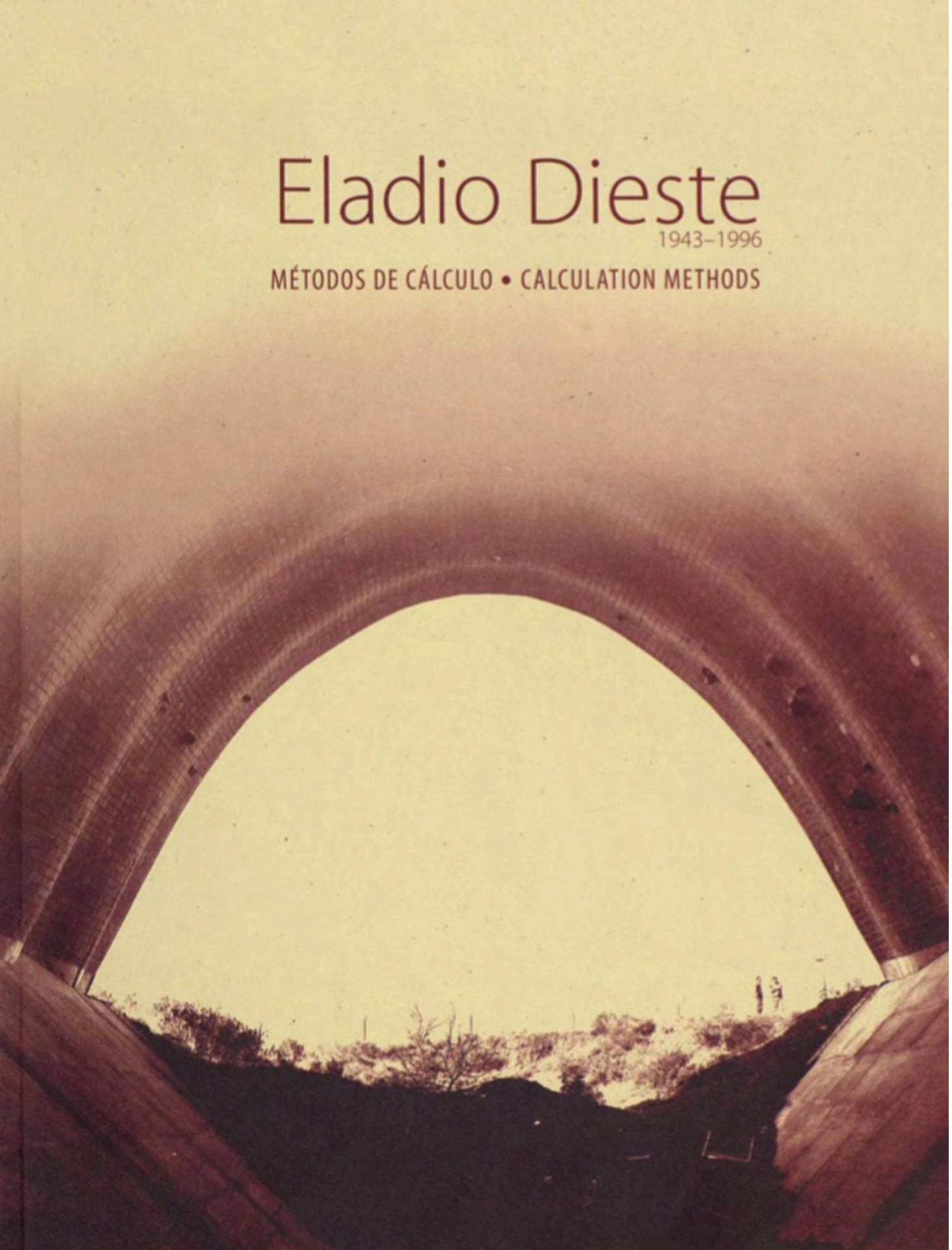
MEMBER AMERICAN PHYSICAL SOCIETY

The author at work in his private study aided by the Isolator. Outside noises being eliminated, the worker can concentrate with ease upon the subject at hand.

Eladio Dieste

1943–1996

MÉTODOS DE CÁLCULO • CALCULATION METHODS



Por lo tanto

$$\nu = \frac{\delta_h}{\delta_v} = \frac{0{,}018}{0{,}156} = 0{,}1154 \approx \frac{1}{8{,}67}$$

Si aquí vuelve a pasar de manifiesto la utilidad de las deformaciones para una carga 11% superior a P_c la flecha es un 16 % de la longitud de la columna.

Recuerdemos los resultados anteriores:

Para el modelo ideal, aquí es nuestro punto de partida, se tiene:

1. Si $P < P_c$ la recta **AB** (Figura 1), es la configuración de equilibrio estable.
2. Si $P = P_c$ la configuración de ejes rectilíneo es de equilibrio inestable, la configuración de equilibrio estable es una curva plana, perfectamente definida para cada valor de **P**, cuya flecha máxima crece más que ella.
3. Son posibles otras configuraciones de equilibrio, evidentemente inestables y en ningún intervalo desde el punto de vista físico son, como sabemos, las correspondientes a $x = \pm x_1, \ldots$ en la expresión de la que obtuvimos la carga crítica de Euler. En el análisis desarrollado aquí, las abandonamos en la ecuación (1) cambiando $+\delta_1$ en $-\delta_1$, ... en lugar de $+\delta_1$.
4. La carga crítica de Euler marca pues el límite cuanto del cual es de esperar, en general, no la rotura de la columna **AB**, pero sí deformaciones importantes incompatibles con el correcto funcionamiento de las estructuras de que una tal columna pudiera formar parte.
5. La solución correcta del problema, dentro todas las objeciones que pueden hacerse a la solución aproximada de Euler y nos muestra que los resultados obtenidos a partir de ella son correctos en lo que se refiere a la determinación del valor límite P_c.
6. Las deformaciones no son proporcionales a la carga, no es pues válido el principio de superposición. La energía potencial elástica, no tiene la forma cuadrática en δ usual en los demás problemas de Resistencia de Materiales.

$$x = \frac{\delta}{2}\sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}{\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}}\left(1 - \cos\alpha\cos\frac{\pi z}{2l} + \frac{\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}{\sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}^2\frac{\pi z}{2l}}{\operatorname{sen}^2\alpha}}}\right) + \frac{P}{k}\delta$$

y, cuando los valores x e z son definidos

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2\frac{\pi z}{2l} - \frac{\operatorname{sen}^2\frac{\pi z}{2l}}{\operatorname{sen}^2\alpha}}\operatorname{cotg}\left(1 - \cos\alpha\cos\frac{\pi z}{2l} + \frac{\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}{\sqrt{\operatorname{sen}^2\frac{\pi z}{2l} - \frac{\operatorname{sen}^2\frac{\pi z}{2l}}{\operatorname{sen}^2\alpha}}}\right) = \sqrt{\frac{P}{k}}\delta - \sqrt{\frac{P}{k}}x \qquad (2)$$

Los valores de P_c calculados en función de $x = z$ aparecen en el Cuadro 1 al que remitimos para la flecha; un poco valores crecientes a $\pi/2$, no así en orden que no se coherente con la hipótesis de que la «rearrangements» inestable.

Para valores pequeños de x, para en general admisible usar la expresión aproximada $\operatorname{tg} x = x$.

En este caso

$$\sqrt{\frac{P}{k}}\delta - \sqrt{\frac{P}{k}}x = 0 \quad \text{que para sea} \quad x_1 = 0$$

$$x = \operatorname{sen}\sqrt{\frac{P}{k}}x = x_1 \operatorname{sen}\sqrt{\frac{P}{k}}x = \alpha$$

Para $x = 0$ $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = \delta$.

Resulta:

$$y = \delta\left(\operatorname{sen}\sqrt{\frac{P}{k}}\frac{z}{2} + \cos\sqrt{\frac{P}{k}}x + \cos\sqrt{\frac{P}{k}}x\right)$$

Por lo tanto, la flecha máxima en z es x será

$$\frac{\delta - \cos\sqrt{\frac{P}{k}}\frac{l}{2}}{\operatorname{sen}\sqrt{\frac{P}{k}}\frac{l}{2}}\delta$$

y el momento máximo

$$M = Py = \delta \quad \text{por tanto} \quad \frac{P}{k} = \frac{1}{\cos\sqrt{\frac{P}{k}}\frac{l}{2}} \qquad (3)$$

En la Figura 1 se ha dibujado la relación (**3**) con la hipótesis de Euler, usando la fórmula (**1**) que nos da un cuerpo las cifras aproximado y exactamente con el valor de π^2 las figura en el Cuadro 1 los resultados.

Ejemplo Figura 10

Columna de acero (**AB**), de longitud $2l = 6$ m formada por un tubo tubular **AB** de 5 m de largo, el exterior = 12 cm y 6 cm de espesor y un perfil H (**CD**), de $2 = 10$ cm en E_2 (3 cm en E_1 articulado en A de manera análoga a la articulación A de la Figura 1 y empotrada en C.

Si la columna sufriera ligeras sobre soltarse la configuración de pandeo tendría un punto de inflexión a $2z' = 4{,}8$ de A y la mayor rigidez del perfil hiciera el punto de inflexión que suponíamos a 4 m de A, observando la elástica y_1. Podemos tener una primera aproximación de P_c con la fórmula de Euler.

$$P_c = \frac{\pi^2 E I}{4l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 1{,}963}{4 \cdot 300^2} = 16{,}9 \text{ kg/cm}^2$$

Que en el punto de inflexión sea en la parte de sección tubular constante. Para calcular P_c tomo como elástica de partida y_1 formada por una parabola de flecha $\delta = 4$ en B y cuerda de 4 m, acordada en C con una parábola de tangente vertical en C. Con esta elástica obtengo y_2. Determino:

1. Las reacciones, que partidas por E, son los ángulos en A y B (en particular el ángulo en C vale $\frac{3\delta}{2l}$).
2. El diagrama de momentos de la columna, simplemente apoyada en A y C, que, partido por E nos da la elástica de la columna en esas condiciones de apoyo. Sean sus ordenadas Y_1.
3. El ángulo en C que produce un momento unitario, aplicado en E, que es la reacción, partido por E del diagrama de cargas $\varphi_0 = \frac{l}{2EI_1 I_2}$ en que E es la distancia desde A. Este ángulo vale $\frac{0{,}0108}{E}$.
4. El diagrama de momentos debido a φ_0, llamemos a sus ordenadas Y_0.
5. El momento en E vale $\frac{0{,}1779}{0{,}0108} = 17{,}135$.
6. Las ordenadas de la elástica que son el $-1 - \frac{17{,}135}{1{,}963 \cdot 10^6}Y_0$. Por ejemplo en el punto x = metro de A

$$y' = 1{,}87 - \frac{17{,}135}{1{,}963 \cdot 10^6} \cdot 46{,}666 = 0{,}87$$

Luego

$$x = \frac{\delta}{2}\left[\cos\alpha - 1 + \cos\frac{\pi z}{2l} + \alpha_1\sqrt{1 - \cos^2\frac{\pi z}{2l}}\right]$$

por tanto

$$y = x - \frac{\delta}{2}\left[\cos\alpha - 1 + \cos\frac{\pi z}{2l} + \alpha\sqrt{1 - \cos^2\frac{\pi z}{2l}}\right]$$

Si pone $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_1 = \alpha_2$

$$y = \alpha_1 - \frac{\delta}{2}\left[\cos\alpha - 1 + \cos\frac{\pi z}{2l} + \alpha\sqrt{1 - \cos^2\frac{\pi z}{2l}}\right]$$

donde

$$\alpha = \frac{\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}{\operatorname{sen}\frac{\pi z}{2l}}$$

Procediendo análogamente en el que

$$\alpha_1 = \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha_1 + \alpha'} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Luego

$$x = \frac{\alpha_1}{2}\left[\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \cos\frac{\pi z}{2l} + \alpha\sqrt{1 - \cos^2\frac{\pi z}{2l}}\right]$$

En la Figura 10 y para distintos valores de α hemos representado x y y.

Del análisis de las gráficas resulta (pues curvas representativas de funciones como las (**3**) que pueden dificil muy poco de cualquier elástica posible, para los valores de x calculados y para todos los que puede aceptar el valor que $x = z$. Por lo tanto, suponiendo que la elástica real fuera variable de la forma Ky considerando una curva cualquiera representativa de una función de la forma Ky el error cometido en las ordenadas es menor que el cometido en la elástica segunda. Pero

$$\text{error de } y_1 - \text{error de } y_2$$

$$\text{error de } y_1 - \text{error de } y_2 \quad \text{por tanto}$$

Figura 11

Si **AB** es la inclinación de la elástica **AF** con **AB** saliendo por **AFB** la proporte forma a **AB** = y_1 del sobre de y_2.

Si sobre **AB**, tomamos K_1 tal que **AFB** = **A'F'** = **AB** se considera sólo deformaciones por flexión, la curvatura del elemento **AFB** difiere poco de la del elemento **A'B**. Las suponderemos iguales.

Por una parte podemos también, con error del orden de δ_2, superior que K, coincida con K intersección de **AC** con **AB**.

Llamemos ordenada de la elástica a **AB** = z.

Si ρ_1 es el radio de curvatura del elemento **AB** después de la deformación.

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{M + \frac{Pz}{l}\delta\delta}{EI}$$

Luego

$$\alpha = \alpha_1 + \int_0^z \frac{M + \frac{Pz}{l}\delta\delta}{EI}$$

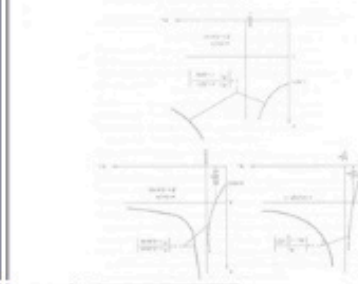
por tanto

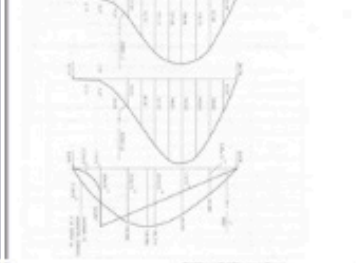
$$y = \alpha_1 z + \int_0^z \left(\int_0^z \frac{M + \frac{Pz}{l}\delta\delta}{EI}\right)$$

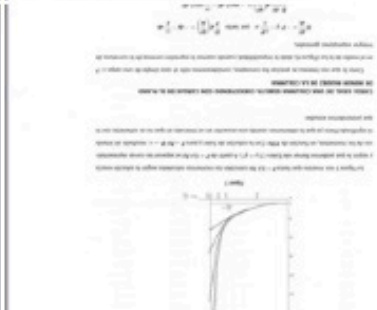
Si pone $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_1 = \alpha_2$

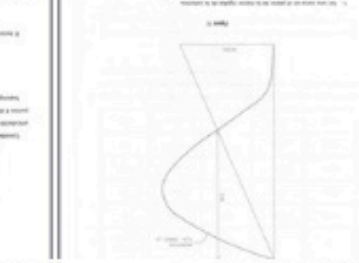
$$y = \alpha_1 z + \int_0^z \left(\int_0^z \frac{M}{EI}\right) + \frac{P}{l}\int_0^z \left(\int_0^z \frac{\delta\delta}{EI}\right)$$

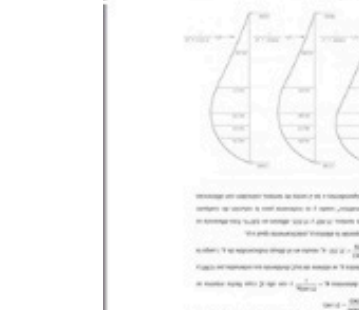
$$y = \alpha_1 z + \int_0^z \left(\int_0^z \frac{M}{EI}\right) + \frac{P}{l}\int_0^z \left(\int_0^z \frac{\delta\delta}{EI}\right)

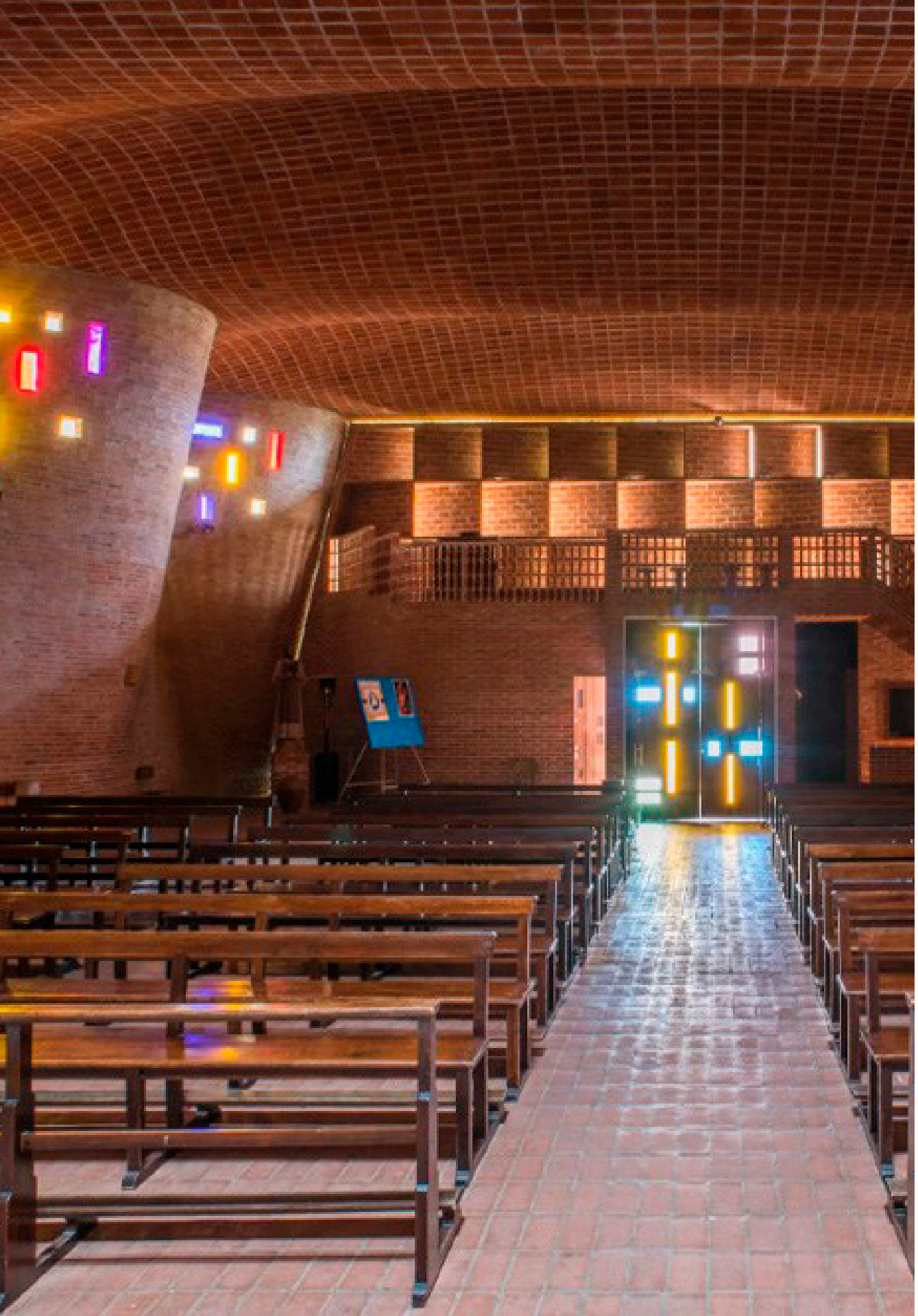












por tanto, ya que $\theta = 0$ para $s = \frac{\tau}{2}$:

$$-2\sqrt{\frac{P}{EI}}\cdot\frac{\tau}{2} = \int_{\theta_0}^{0} \frac{d\theta}{\sqrt{\operatorname{sen}^2\frac{\theta_0}{2} - \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}}} \tag{1'}$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}\cdot\tau = \int_{0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\operatorname{sen}^2\frac{\theta_0}{2} - \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}}}$$

Sean:

$$\operatorname{sen}\cdot\frac{\theta_0}{2} = a, \quad \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} = a\cdot\operatorname{sen}\varphi \tag{2}$$

por tanto, para: $\theta = 0$, $\varphi = 0$; Para $\theta = \theta_o$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2\frac{\theta_0}{2} - \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}} = a\cdot\cos\varphi \tag{3}$$

De (2):

$$\cos\frac{\theta}{2}\cdot\frac{1}{2}d\theta = a\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi$$

por tanto

$$d\theta = \frac{2\cdot a\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi}{\sqrt{1 - a^2\operatorname{sen}^2\varphi}} \tag{4}$$

Luego:

$$\frac{P}{EI}\cdot\tau = 2\int_0^{\pi/2}\frac{d\varphi}{\sqrt{1 - a^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

El valor mínimo de la integral se tiene si $a = 0$; o sea si $\theta_o = 0$; o, lo que es lo mismo, si no hay deformación. Luego, **para que haya deformación, *P*** debe ser mayor que el valor correspondiente al mínimo de la integral.

Si $a = 0$, la integral vale $\pi/2$, y el valor correspondiente da:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{\tau^2} = P \quad \text{crítica de Euler}$$

Para que la integral tenga un valor $> \pi/2$ (en otros términos **para que exista una configuración de equilibrio posible con la columna pandeada),** P debe ser mayor que:

$$\frac{\pi^2 EI}{\tau^2}$$